

1. Решите неравенство

$$2018 - 1008(2018 - 1008(2018 - \dots - 1008(2018 - 1008x) \dots)) > x$$

если известно, что количество правых скобок 2018.

(7 б.)

2. Пусть дан многочлен $P(x)$ с целыми коэффициентами такой, что уравнение $|P(x)| = 1$ имеет не менее трех различных целых корней. Докажите, что $P(x)$ не имеет целочисленных корней.

(9 б.)

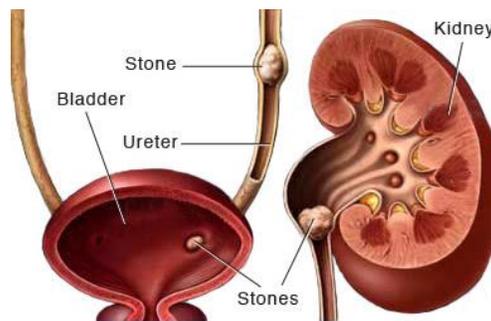
3. Доказать, что из всех четырехугольников, описанных вокруг данной окружности, наименьшим периметром обладает квадрат.

(11 б.)

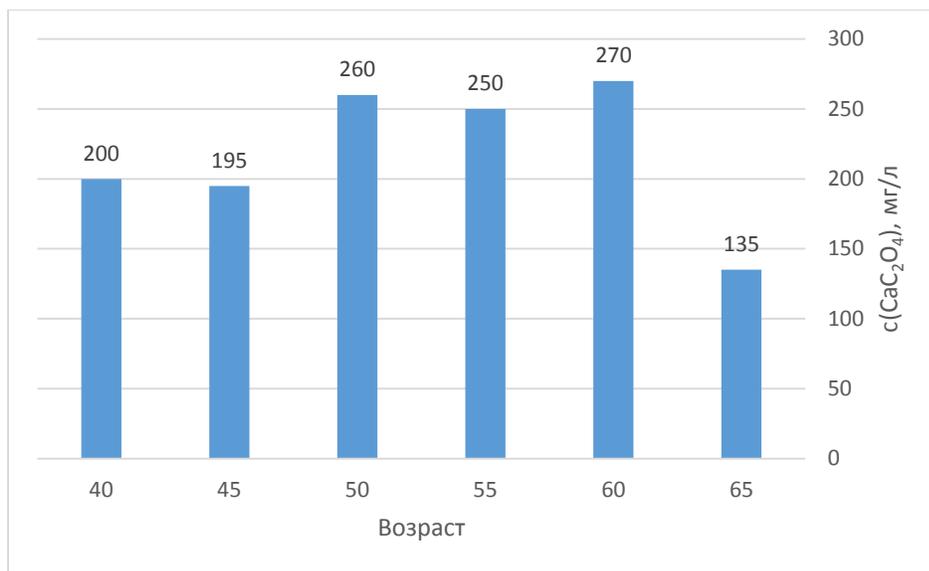
4. Из точки O , выбранной внутри равностороннего треугольника ABC , на стороны BC , CA , AB опущены перпендикуляры OM , ON , OP соответственно. Доказать что, сумма длин отрезков AP , BM , CN не зависит от положения точки O .

(13 б.)

5. Нефролитиаз – это болезнь, вызванная отложением камней из минералов и солей, образующихся внутри почек человека. Камни формируются в мочевом тракте, когда некоторые химические вещества становятся слишком концентрированными в моче. Безусловно, наиболее распространенными камнями в почках являются камни, образованные из оксалата кальция.



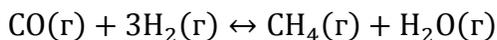
(а) Допустимая концентрация оксалата кальция, при превышении которой пациент признается больным, составляет 0,002 М. На графике ниже показана концентрация оксалата кальция в моче пациента в зависимости от его возраста. В каком возрасте пациента концентрация оксалата кальция выше, чем допустимая концентрация? $M(\text{CaC}_2\text{O}_4) = 128,1$ г/моль. (5 б.)



(б) Для предотвращения образования камней в почках пациентам часто советуют пить большое количество воды. Почему? (2 б.)

(с) Наряду с оксалатом кальция осаждается и оксалат магния. Смешанный осадок CaC₂O₄ и MgC₂O₄ анализировали с помощью термогравиметрического метода. Осажденную смесь нагрели до образования CaCO₃ и MgO. Образовавшаяся смесь весила 0,072 г. После её прокаливания до образования CaO и MgO получили твердый продукт массой 0,054 г. Какова масса CaC₂O₄ в исходном образце? M(MgC₂O₄) = 112,3 г/моль, M(MgO) = 40,3 г/моль, M(CaCO₃) = 100,1 г/моль, M(CaO) = 56,1 г/моль. (8 б.)

6. Процесс Фишера-Тропша (ФТ) используется для получения углеводородов из синтез-газа. Следующая реакция представляет собой простейший пример процесса ФТ:



Герметичный контейнер объемом 10 дм³ заполнили 1,0 моль CO и 3,0 моль H₂ при температуре 1400 К. Константа равновесия для реакции K_c = 3,92. Найдите равновесные концентрации (в моль/л) всех компонентов реакционной смеси, пренебрегая посторонними процессами. (9 б.)

7. Белый фосфор (P₄) обычно поставляют в виде гранул цилиндрической формы. Цилиндр имеет высоту 5 см и диаметр 2,1 см. Плотность белого фосфора составляет 1,8 г/см³. Атомная масса фосфора A_r = 31,0.

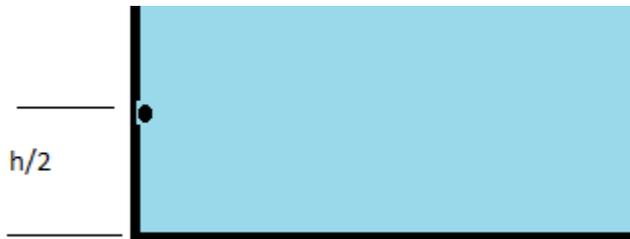
(а) Определите количество молей молекул фосфора в грануле. Объем цилиндра $V = \pi r^2 h$. (4 б.)

(б) Нарисуйте структурную формулу молекулы фосфора P₄. (2 б.)

8. Электрический нагреватель воды имеет две спирали. Спиральи могут быть включены в цепь по отдельности, либо вместе – параллельно или последовательно. При включении обеих спиралей вода закипает за $t_1=6$ мин или за $t_2=25$ мин, в зависимости от того, как включены в цепь спирали. Найдите времена, за которые вода закипает в случаях, когда спирали включены в цепь по отдельности, а также определите соответствие параллельного и последовательного соединений временам t_1 и t_2 . Во всех случаях количество воды в нагревателе и начальная температура воды одинаковы. Потери тепла не учитываются. (6 б.)

9. Тело с массой 5 кг находится на наклонной плоскости. Минимальная сила, которую необходимо приложить к телу для того, чтобы оно двигалось вверх по наклонной плоскости - 15 Н, минимальная сила, необходимая для движения вниз по наклонной плоскости - 10 Н. Найдите значение коэффициента трения тела о поверхность наклонной плоскости. (4 б.)

10. Механизм, прикрепленный к середине одной из вертикальных стенок бассейна, наполненного морской водой, бросает тела, изготовленные из материалов с плотностями $\rho_1=2400$ кг/м³, $\rho_2=1200$ кг/м³ и $\rho_3=800$ кг/м³, со скоростью v под углом $\alpha =45^\circ$ градусов к горизонту вверх. Численное значение скорости v таково, что тела вылетают из воды и продолжают движение в воздухе. Сопротивления воды и воздуха не учитываются. Плотность воды $\rho_{\text{вода}}=1200$ кг/м³.



Считая, что начало координат находится в точке бросания тел, выразите параметры, характеризующие движение и траекторию тел (координат точек, в которых тела выходят на поверхность воды и возвращаются обратно в воду; скорости и углы векторов скоростей относительно горизонта в этих точках; координаты верхних точек траекторий и координаты, соответствующие максимальной глубине, на которую могут опуститься эти тела после повторного погружения в воду) через глубину бассейна h , скорость бросания тел v , ускорение свободного падения g , угол α (сразу используйте $\alpha =45^\circ$) и соответствующие плотности и постройте приближённый график траекторий всех трех тел. (20 б.)